

Wittgenstein's
Writings

**Bemerkungen
über
die
Grundlagen
der
Mathematik
IV**

Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik – IV

Ludwig
Wittgenstein

Ms-125 **1** "Die Axiome eines mathematischen Axiomsystems sollen
5v[4] einleuchtend sein." Wie leuchten sie denn ein?

Ms-125 Wie wenn ich sagte: *so* kann ich mir's am leichtesten vorstellen.
6r[1] Und hier ist Vorstellen nicht ein bestimmter seelischer Vorgang
bei dem man zumeist die Augen schließt, oder mit den Händen
bedeckt.

Ms-125 **2** Was sagen wir, wenn uns so ein Axiom dargeboten wird,
6r[2] & z.B. das Parallelenaxiom? Hat Erfahrung uns gezeigt, daß es
6v[1] sich so verhält?

Nun vielleicht; aber *welche* Erfahrung? Ich meine: Erfahrung
spielt eine Rolle; aber nicht die, die man unmittelbar erwarten
würde. Denn man hat ja doch nicht Versuche gemacht &
gefunden, daß wirklich nur *eine* Gerade die andre Gerade nicht
durch den Punkt schneidet. Und doch leuchtet der Satz ein. –
Wenn ich nun sagte: es ist ganz gleichgültig, warum er
einleuchtet. Genug: wir nehmen ihn an. Wichtig ist nur, wie
wir ihn gebrauchen.

Ms-125 Der Satz beschreibt ein Bild. Nämlich dieses:
6v[2]

Ms-125 Dies Bild ist uns annehmbar. Wie es uns annehmbar ist, die
7r[1] ungenaue Kenntnis einer Zahl durch Abrunden auf ein
Vielfaches von 10 anzudeuten.

Ms-125 'Wir nehmen diesen Satz an.' Aber als *was* nehmen wir ihn an?
7r[2]

Ms-125 7r[3] & 7v[1] **3** Ich will sagen: Wenn der Wortlaut des Parallelen-Axioms, z.B., gegeben ist (& wir die Sprache verstehen) so ist die Art der Verwendung dieses Satzes, & also sein Sinn, noch gar nicht bestimmt. Und wenn wir sagen, er leuchtet uns ein, so haben wir damit, ohne es zu wissen, schon eine bestimmte Art der Verwendung des Satzes gewählt. Der Satz ist kein mathematisches Axiom, wenn wir ihn nicht gerade *dazu* verwenden.

Ms-125 7v[2] & 8r[1] Daß wir nämlich hier nicht Versuche machen, sondern das Einleuchten gelten lassen legt schon die Verwendung fest. Denn wir sind ja nicht so naiv, das Einleuchten statt des Versuchs gelten zu lassen.

Ms-125 8r[2] Nicht, daß er uns als wahr einleuchtet, sondern daß wir das Einleuchten gelten lassen, macht ihn zum mathem. Satz.

Ms-125 8r[3] & 8v[1] **4** Lehrt uns die Erfahrung daß zwischen je 2 Punkten eine Gerade möglich ist? Oder, daß zwei verschiedene Farben nicht an einem Orte sein können? Man könnte sagen: die *Vorstellung* lehrt es uns. Und darin liegt die Wahrheit; man muß es nur recht verstehen.

Ms-125 8v[2] Vor dem Satz ist der Begriff noch geschmeidig.

Ms-125 8v[3] Aber könnten nicht Erfahrungen uns bestimmen das Axiom zu verwerfen?!

Ja. Und dennoch spielt es nicht die Rolle des Erfahrungssatzes.

- Ms-125 8v[4] & 9r[1] Warum sind die Newtonschen Gesetze keine Axiome der Mathematik? Weil man sich sehr wohl vorstellen könnte, daß es sich anders verhielte. Aber – will ich sagen – dies schreibt jenen Sätzen nur eine gewisse Rolle im Gegensatz zu einer andern zu. D.h.: von einem Satz zu sagen: ‘man könnte sich das auch anders vorstellen’ oder ‘man kann sich auch das Gegenteil davon vorstellen’, schreibt ihm die Rolle des Erfahrungssatzes zu.
- Ms-125 9r[2] & 9v[1] Der Satz den man sich nicht anders als wahr soll vorstellen können hat eine andere *Funktion* als der für den es sich nicht so verhält.
- Ms-125 9v[2] **5** Die mathem. Axiome funktionieren dergestalt, daß, wenn Erfahrung uns dazu bewegte, ein Axiom aufzugeben, sein Gegenteil damit nicht zum Axiom würde. ‘ $2 \times 2 \neq 5$ ’ heißt nicht, ‘ $2 \times 2 = 5$ ’ habe sich nicht bewährt.
- Ms-125 9v[3] Man könnte den Axiomen, sozusagen, ein spezielles Behauptungszeichen vorsetzen.
- Ms-125 9v[4] & 10r[1] Axiom ist etwas nicht *dadurch*, daß wir es als äußerst wahrscheinlich, ja als gewiß, anerkennen, sondern dadurch, daß *wir* ihm eine bestimmte Funktion zuerkennen & eine, die der des Erfahrungssatzes widerstreitet.
- Ms-125 10r[2] Wir geben dem Axiom eine andere Art der Anerkennung als dem Erfahrungssatz. Und damit meine ich nicht daß der ‘seelische Akt des Anerkennens’ ein anderer ist.
- Ms-125 10v[1] Das Axiom ist, möchte ich sagen, ein anderer Redeteil.

- Ms-125 10v[2] **6** Man nimmt, wenn man das math. Axiom, das & das sei möglich, hört, ohne weiters an, man wisse, was hier 'möglich sein' bedeutet; weil die Satzform uns natürlich geläufig ist.
- Ms-125 10v[3] & 11r[1] Man wird nicht gewahr, wie verschiedenerlei die Verwendung der Aussage, etwas sei möglich, ist & kommt nicht auf den Gedanken, nach der besondern Verwendung in diesem Fall, zu fragen.
- Ms-125 11r[2] Ohne die Verwendung im geringsten zu übersehen, können wir hier gar nicht zweifeln, daß wir den Satz verstehen.
- Ms-125 11r[3] & 11v[1] Ist der Satz, daß es keine Wirkung in die Ferne gibt von dem Geschlecht der math. Sätze? Man möchte da auch sagen: der Satz ist nicht dazu bestimmt eine Erfahrung auszudrücken, sondern daß man sich etwas nicht anders vorstellen könne.
- Ms-125 11v[2] & 12r[1] Zu sagen zwischen zwei Punkten sei – geometrisch – immer eine Gerade möglich, heißt: Von mehr als zwei Punkten zu sagen, sie lägen auf einer Geraden ist eine Aussage; es von zweien zu sagen ist keine.
- Ms-125 12r[2] So wie man sich auch nicht fragt, was ein Satz der Form "Es gibt kein ..." (z.B. "Es gibt keinen Beweis dieses Satzes") im besonderen Fall bedeutet. Auf die Frage was er bedeutet antwortet man dem Anderen & sich selbst mit einem Beispiel des Nicht-existierens.
- Ms-125 12r[3] & 12v[1] **7** Der math. Satz steht auf vier Füßen, nicht auf dreien; er ist überbestimmt.

- Ms-125 12v[2] **8** Wenn wir das Tun eines Menschen, z.B., durch eine Regel beschreiben, so wollen wir, daß der, dem wir die Beschreibung geben, durch Anwendung der Regel wisse, was im besonderen Fall geschieht. Gebe ich ihm nun durch die Regel eine indirekte Beschreibung?
- Ms-125 12v[3] & 13r[1] Es gibt natürlich einen Satz, der sagt: wenn Einer die Zahlen ... nach den & den Regeln zu multiplizieren trachtet so erhält er
- Ms-125 13r[2] Eine Anwendung des math. Satzes muß immer das Rechnen selber sein. Das bestimmt das Verhältnis der Rechentätigkeit zum Sinn der math. Sätze.
- Ms-125 13r[3] Wir beurteilen Gleichheit & Übereinstimmung nach den Resultaten unseres Rechnens, darum können wir nicht das Rechnen mit Hilfe der Übereinstimmung erklären.
- Ms-125 13v[2] Wir beschreiben mit Hilfe der Regel: Wozu? Warum das ist eine andre Frage.
- Ms-125 13v[3] & 14r[1] 'Die Regel, auf diese Zahlen angewandt, gibt jene' könnte heißen: der Regelausdruck auf den Menschen angewendet läßt ihn aus diesen Zahlen jene erzeugen.
- Ms-125 14r[2] Man fühlt ganz richtig daß dies *kein* math. Satz wäre.
- Ms-125 14r[3] Der math. Satz setzt einen gewissen Weg fest.
- Ms-125 14r[4] & Es ist kein Widerspruch daß er eine Regel ist und nicht einfach festgesetzt, sondern nach Regeln erzeugt wird.

- 14v[1] Wer mit einer Regel beschreibt, weiß selbst auch nicht mehr als
Ms-125 er sagt. D.h., er sieht auch nicht die Anwendung voraus, die er
14v[2] im besondern Fall von der Regel machen wird. Wer "u.s.w."
sagt, weiß selbst auch nicht mehr als "u.s.w."
- Ms-125 **9** Wie könnte man Einem erklären, was der zu tun hat, der
14v[3] & einer Regel folgen soll?
15r[1]
Ms-125 Man ist versucht zu erklären: vor allem tu das *Einfachste* (wenn
15r[2] & die Regel z.B. ist immer das gleiche zu wiederholen). Und
15v[1] daran ist natürlich etwas. Es ist von Bedeutung, daß wir sagen
können, es sei einfacher eine Zahlenreihe anzuschreiben, in der
jede Zahl gleich der vorhergehenden ist, als eine Reihe, in der
jede Zahl um 1 größer ist als die vorhergehende. Und wieder,
daß dies ein einfacheres Gesetz ist als das, abwechselnd 1 und 2
zu addieren.
- Ms-125 **10** Ist es denn nicht übereilt, einen Satz, den man an Stäbchen
15v[2] & Bohnen erprobt hat, auf Wellenlängen des Lichts
16r[1] anzuwenden? Ich meine: daß $2 \times 5000 = 10000$ ist. Rechnet man
wirklich damit, daß, was sich in so viel Fällen bewahrheitet hat,
auch für diese stimmen muß? Oder ist es nicht vielmehr, daß
wir uns mit der arithmetischen Annahme noch *gar* nicht
binden?
- Ms-125 **11** Die Arithm. als die Naturgeschichte (Mineralogie) der
16r[2] Zahlen. Wer spricht aber so von ihr? Unser ganzes Denken ist
von dieser Idee durchsetzt.

Ms-125 Die Zahlen sind Gestalten (ich meine nicht die Zahlzeichen) &
16r[3] & die Arithm. teilt uns die Eigenschaften dieser Gestalten mit.
16v[1] & Aber die Schwierigkeit ist da, daß die Eigenschaften der
17r[1] Gestalten *Möglichkeiten* sind; nicht die gestaltlichen
Eigenschaften der Dinge, die die Gestalt haben. Und diese
Möglichkeiten wieder entpuppen sich als physikalische, oder
psychologische, Möglichkeiten (der Zerlegung,
Zusammensetzung, etc.). Die Gestalten aber spielen (nur) die
Rolle der Bilder, die man so & so verwendet. Nicht
Eigenschaften von Gestalten ist es, was wir geben, sondern
Transformationen von Gestalten, als irgendwelche Paradigmen
aufgestellt.

Ms-125 **12** Wir beurteilen nicht die Bilder, sondern mittels der Bilder.
17r[2] & Wir erforschen sie nicht sondern mittels ihrer etwas anderes.
17r[3]
Ms-125 Du bringst ihn zu der Entscheidung dies Bild aufzunehmen.
17r[4] & Und zwar durch Beweis, d.i., durch Vorführung einer
17v[1] Bilderreihe, oder einfach dadurch, daß Du ihm das Bild zeigst.
Was zu dieser Entscheidung bewegt ist hier gleichgültig. Die
Hauptsache ist, daß es sich um das Annehmen eines Bildes
handelt.

Ms-125 Das Bild des Zusammensetzens *ist* kein Zusammensetzen; das
17v[2] Bild einer Zerlegung keine Zerlegung; das Bild des Passens
kein Passen. Aber diese Bilder sind von der größten
Bedeutung. *So sieht es aus*, wenn zusammengesetzt wird; wenn
zerlegt wird; usw.

- Ms-125 13 Wie wäre es, wenn Tiere oder Kristalle so schöne
18r[1] Eigenschaften hätten wie die Zahlen? Es gäbe also z.B. eine
Reihe von Gestalten, eine immer um eine Einheit größer als die
andere.
- Ms-125 Ich möchte darstellen können, wie es kommt, daß die Math.
18r[2] & jetzt uns als Naturgeschichte des Zahlenreiches, jetzt wieder als
18v[1] eine Sammlung von Regeln erscheint.
- Ms-125 Könnte man aber nicht Transformationen von Tiergestalten
18v[2] (z.B.) studieren? Aber wie 'studieren'? Ich meine: könnte es
nicht nützlich sein, sich Transformationen von Tiergestalten
vorzuführen? Und doch wäre dies kein Zweig der Zoologie. –
- Ms-125 Ein math. Satz wäre es dann (z.B.), daß *diese* Transformation
18v[3] & *diese* Gestalt in *diese* überleitet. (Die Gestalten & die
19r[1] Transformation wiedererkennbar.)
- Ms-125 14 Wir müssen uns aber dessen erinnern, daß der math.
19r[2] & Beweis durch seine Umformungen nicht nur
19v[1] zeichengeometrische Sätze, sondern Sätze des
verschiedenartigsten *Inhalts* beweist.
- Ms-125 So beweist die Umformung eines Russellschen Beweises, daß
19r[3] dieser logische Satz mit Hilfe dieser Regeln sich aus den
Grundgesetzen bilden lasse. Aber der Beweis wird als Beweis
der Wahrheit des Schlußsatzes angesehen, oder als Beweis
dafür, daß der Schlußsatz *nichts* sagt. Das ist nun nur durch
eine Beziehung des Satzes nach außen möglich; d.h. durch
seine Beziehung zu andern Sätzen, z.B., & deren Anwendung.

Ms-125 'Die Tautologie ($p \vee \sim p$, z.B.) sagt nichts' ist ein Satz der sich
19v[2] & auf das Sprachspiel bezieht, worin der Satz p angewendet wird.
20r[1] (Z.B.: "Es regnet, oder regnet nicht" ist keine Mitteilung über
das Wetter.)

Ms-125 Die R.sche Logik sagt nichts darüber, welcher Art &
20r[2] Verwendung *Sätze*, ich meine nicht *logische* Sätze, sind: Und
doch erhält die Logik ihren ganzen Sinn (nur) von der
supponierten Anwendung auf die Sätze.

Ms-125 **15** Man kann sich denken daß Leute eine angewandte
28v[1] & Mathematik haben ohne eine reine Mathematik. Sie können
29r[1] z.B. – nehmen wir an – die Bahn berechnen, welche gewisse
sich bewegende Körper beschreiben & deren Ort zu einer
gegebenen Zeit vorhersagen. Dazu benüutzen sie ein
Koordinatensystem, die Gleichung von Kurven (*eine Form der
Beschreibung wirklicher Bewegung*) & die Technik des Rechnens
im Dezimalsystem.

Die Idee eines Satzes der reinen Mathematik kann ihnen ganz
fremd sein. Diese Leute haben also Regeln denen gemäß sie die
betreffenden Zeichen insbesondere z.B. Zahlzeichen
transformieren zum Zweck der Voraussage des Eintreffens
gewisser Ereignisse.

Ms-125 Aber wenn sie nun z.B. multiplizieren, werden sie da nicht
29r[2] & einen Satz gewinnen, der sagt, daß das Resultat der
29v[1] Multiplikation das gleiche ist, wie immer man die Faktoren
vertauscht? Das wird keine primäre Zeichenregel sein, aber
auch kein Satz ihrer Physik. Nun, sie *brauchen* so einen Satz
nicht zu erhalten – selbst wenn sie das Vertauschen der
Faktoren erlauben.

Ms-125 Ich denke mir die Sache so, daß diese Mathematik ganz in
29v[2] & Form von *Geboten* betrieben wird. “Du mußt *das & das* tun” –
30r[1] um nämlich die Antwort darauf zu erhalten, ‘wo wird sich
dieser Körper zu der & der Zeit befinden’. (Wie diese
Menschen zu dieser Methode der Vorhersagung gekommen
sind, ist ganz gleichgültig).

Ms-125 Der Schwerpunkt der Mathem. liegt für diese Menschen *ganz*
30r[2] im *Tun*.

Ms-125 **16** Ist das aber möglich? Ist es möglich, daß sie das
30r[3] kommutative Gesetz (z.B.) nicht als *Satz* ansprechen?

Ms-125 Ich will doch sagen: Diese Leute sollen nicht zu der Auffassung
30r[4] & kommen, daß sie mathem. Entdeckungen machen – sondern
30v[1] *nur* physikalische Entdeckungen. [Wie sehr ich doch bei
meinem Denken von Spengler beeinflußt bin!]

Ms-125 Frage: Müssen sie mathem. Entdeckungen als Entdeckungen
30v[2] & machen? Was geht ihnen ab wenn sie keine machen? Könnten
31r[1] sie (z.B.) den Beweis des kommutativen Gesetzes gebrauchen,
aber ohne die Auffassung, er gipfle in einem *Satz*, er habe also
ein Resultat das ihren physikalischen Sätzen irgendwie
vergleichbar sei?

Ms-125 **17** Das bloße Bild
31r[2] & einmal als 4 Reihen zu 5 Punkten, einmal als 5 Kolumnen zu 4
31v[1] Punkten betrachtet könnte jemand vom kommutativen Gesetz
überzeugen. Und er könnte daraufhin Multiplikationen einmal
in der einen, einmal in der andern Richtung ausführen.

Ms-125 06.04.1942
31v[2] Ein Blick auf die Vorlage & die Steine überzeugt ihn, daß er mit
ihnen die Figur wird legen können, d.h., er *unternimmt* darauf,
sie zu legen.

Ms-125 'Ja, aber nur, wenn die Steine sich nicht ändern? – Wenn sie
31v[4] & sich nicht ändern & wenn wir keinen unbegreiflichen Fehler
32r[1] & machen, oder Steine unbemerkt verschwinden oder
32r[2] & dazukommen. 'Aber es ist doch wesentlich, daß sich die Figur
32v[1] tatsächlich allemal aus den Steinen legen läßt! Was geschähe
wenn sie sich nicht legen ließe?' – Vielleicht würden wir uns
dann für geistesgestört halten. Aber – was weiter? – Vielleicht
würden wir die Sache auch hinnehmen, wie sie ist. Und dann
würde Frege sagen: "Hier haben wir eine neue Art der
Verrücktheit".

- Ms-125 32v[2] **18** Es ist klar, daß die Mathematik als Technik des Umwandelns von Zeichen zum Zweck des Vorhersagens mit (der) Grammatik nichts zu tun hat.
- Ms-125 32v[3] & 33r[1] **19** (Jene) Leute, deren Mathematik nur eine solche Technik ist, sollen nun auch Beweise anerkennen, die sie von der Brauchbarkeit einer Zeichentechnik überzeugen.
- Ms-125 33r[2] & 33v[1] **20** Wenn uns das Rechnen als maschinelle Tätigkeit erscheint, so ist *der Mensch*, der die Rechnung ausführt, die Maschine.
Ms-125 33v[2] Die Rechnung wäre dann gleichsam ein Diagramm, das ein Teil der Maschine hinschreibt.
- Ms-125 33v[3] **21** Und das bringt mich darauf daß ein Bild uns sehr wohl davon überzeugen kann daß ein bestimmter Teil eines Mechanismus sich so & so bewegen werde wenn man den Mechanismus in Gang setzt.
- Ms-125 34r[1] So ein Bild (oder eine Bilderreihe) wirkt wie ein Beweis. So könnte ich z.B. konstruieren, wie der Punkt *x* des Mechanismus sich bewegen werde.
- Ms-125 34r[2] Ist es nicht *seltsam*, daß es nicht augenblicklich klar ist, *wie* uns das Bild der Periode im Dividieren von der Wiederkehr der Ziffernreihe überzeugt?
- Ms-125 34v[3] (Es ist so schwer für mich, die innere Beziehung von der äußeren zu scheiden – das Bild von der Vorhersage.)
- Ms-125 35v[2] Der Doppelcharakter des math. Satzes – als *Gesetz* & als *Regel*.

- Ms-125 36r[3] & 36v[1] **22** Wie, wenn man statt "Intuition" sagen würde "richtiges Erraten"? Das würde den Wert einer Intuition in einem ganz andern Lichte zeigen. Denn das Phänomen des Ratens ist ein psychologisches, aber nicht das des richtig Ratens.
- Ms-125 36v[2] **23** Daß wir die Technik gelernt haben, macht, daß wir sie nun, auf den Anblick dieses Bildes hin, so & so abändern.
- Ms-125 39v[3] 'Wir entschließen uns zu einem neuen Sprachspiel.' 'Wir entschließen uns *spontan* (möchte ich sagen) zu einem neuen Sprachspiel.'
- Ms-125 39v[4] & 40r[1] **24** Ja – es scheint: wenn unser Gedächtnis anders funktionierte, daß wir dann nicht so, wie wir's tun, rechnen könnten. Könnten wir aber dann Definitionen geben, wie wir es tun; so reden & schreiben, wie wir es tun? Wie aber können wir die Grundlage unsrer Sprache durch Erfahrungssätze ausdrücken?!
- Ms-125 40r[2] & 40v[1] **25** Angenommen, eine Division wenn wir sie ganz ausführen würde nicht zu demselben Resultat führen wie das Kopieren der Periode. Das könnte z.B. daher kommen, daß wir die Rechengesetzchen ohne uns dessen bewußt zu sein veränderten. (Es könnte aber auch daher kommen, daß wir anders kopieren.)
- Ms-125 40v[2] & 41r[1] **26** Was ist der Unterschied zwischen *nicht* rechnen & *falsch* rechnen. – Oder: ist eine *scharfe* Grenze zwischen dem, die Zeit *nicht* zu messen & sie *falsch* messen? Keine Zeitmessung zu kennen & eine falsche?

- Ms-125 41r[2] **27** Gib auf das Geschwätz acht, wodurch wir jemand von der Wahrheit eines math. Satzes überzeugen. Es gibt einen Aufschluß über die Funktion dieser Überzeugung. Ich meine das Geschwätz womit die Intuition wachgerufen wird. Womit also die Maschine einer Technik in Gang gesetzt wird.
- Ms-125 41v[1] **28** Kann man sagen, daß, wer eine Technik lernt, sich dadurch von der Gleichförmigkeit der Resultate überzeugt??
- Ms-125 41v[2] **29** Die Grenze der Empirie – ist die *Begriffsbildung*.
 Ms-125 41v[3] & Welchen Übergang mache ich von “es wird so sein” zu “es *muß* so sein”? Ich bilde einen andern Begriff. Einen, in dem
 42r[1] inbegriffen ist was es früher nicht war. Wenn ich sage: “Wenn diese Ableitungen gleich sind, dann *muß* ...”, Bilde also meinen Begriff der Gleichheit um.
- Ms-125 42r[2] & Wie aber, wenn Einer nun sagt: “Ich bin mir nicht dieser *zwei*
 42v[1] Vorgänge bewußt, ich bin mir nur der Empirie bewußt, nicht einer von ihr unabhängigen Begriffsbildung & Begriffsumbildung; alles scheint mir im Dienste der Empirie zu stehen.”? Mit andern Worten: wir scheinen nicht bald mehr, bald weniger rational zu werden, oder die Form unseres Denkens zu verändern, so daß damit sich *das* ändert, *was wir* “Denken” nennen. Wir scheinen es nur immer der Erfahrung anzupassen.
- Ms-125 42v[2] & Das ist klar: daß, wenn Einer sagt: “Wenn Du der *Regel* folgst so
 43r[1] *muß* es so sein”, (daß) er keinen *klaren* Begriff von Erfahrungen hat die dem Gegenteil entsprechen.

- Ms-125 Oder auch so: Er hat keinen klaren Begriff davon, wie es
43r[2] aussähe, wenn es anders wäre. Und das ist sehr wichtig.
- Ms-125 **30** Was zwingt uns den Begriff der Gleichheit *so* zu formen,
43v[2] & daß wir etwa sagen: “wenn Du beidemale wirklich das Gleiche
44r[1] tust, muß auch dasselbe herauskommen”? – Was zwingt uns,
nach einer Regel vorzugehen, etwas als Regel aufzufassen? Was
zwingt uns mit uns selbst in den Formen der von uns gelernten
Sprache zu reden
- Ms-125 Denn das Wort “muß” drückt doch aus, daß wir von *diesem*
44r[2] Begriff nicht abgehen können. (Oder soll ich sagen “wollen”?)
- Ms-125 Ja, auch wenn ich von einer Begriffsbildung zu einer andern
44r[3] & übergegangen bin, so bleibt der alte Begriff noch (immer) im
44v[1] Hintergrund.
- Ms-125 Kann ich sagen: “Ein Beweis bringt uns zu einer gewissen
44v[2] Entscheidung, & zwar zu der, eine bestimmte Begriffsbildung
anzunehmen”??
- Ms-125 Sieh den Beweis nicht als einen Vorgang an der Dich *zwingt*,
45r[2] sondern der Dich *führt*. – Und zwar führt er Deine *Auffassung*
eines (gewissen) Sachverhalts.
- Ms-125 Aber wie kommt es, daß er *jeden* von uns so führt, daß wir
45v[1] übereinstimmend von ihm beeinflusst werden? Nun, wie
kommt es daß wir übereinstimmend *zählen*? ‘Wir sind eben so
abgerichtet’, kann man sagen, ‘und die Übereinstimmung die
so erzeugt wird setzt sich durch die Beweise fort’.

- Ms-125 45v[2] & 46r[1] Während dieses Beweises haben wir eine Anschauungsweise von der 3-Teilung des Winkels gebildet, die eine Konstruktion mit Lineal & Zirkel ausschließt.
- Ms-125 46r[3] & 46v[1] Dadurch, daß wir einen Satz als selbstverständlich anerkennen, sprechen wir ihn auch von jeder Verantwortung gegenüber der Erfahrung frei.
- Ms-125 46v[2] Während des Beweises wird unsere Anschauung geändert – & daß das mit Erfahrungen zusammenhängt tut dem keinen Eintrag.
- Ms-125 46v[3] Unsre Anschauung wird umgemodelt.
- Ms-125 46v[4] & 47r[1] **31** Es muß so sein, heißt nicht, es wird so sein. Im Gegenteil: 'Es *wird* so sein, wählt zwischen *einer* & einer andern Möglichkeit. 'Es muß so sein' sieht nur *eine* Möglichkeit.
- Ms-125 47r[2] Der Beweis leitet unsere Erfahrungen sozusagen in bestimmte Kanäle. Wer das & das immer wieder versucht hat gibt den Versuch Beweis auf.
- Ms-125 47r[3] & 47v[1] Es versucht Einer ein gewisses Bild aus Steinen zusammenzulegen. Er sieht nun eine Vorlage in welcher ein *Teil* jenes Bilds aus allen seinen Steinen zusammengelegt erscheint, & gibt nun seinen Versuch auf. Die Vorlage war der *Beweis* dafür, daß sein Vorhaben unmöglich ist.
- Ms-125 47v[2] & 48r[1] Auch die Vorlage, sowie die, die ihm zeigt daß er wird ein Bild aus diesen Steinen zusammensetzen können, ändert seinen *Begriff*. Denn er hat, könnte man sagen, das Zusammensetzen dieses Bildes aus diesen Steinen noch nie so angesehen.

Ms-125 Ist es gesagt, daß Einer, der sieht, daß man mit diesen Steinen
48r[2] & einen Teil des Bildes legen kann, einsieht, daß man also auf
48v[1] keine Weise das ganze Bild aus ihnen wird legen können? Ist es
nicht möglich, daß er versucht & versucht, ob nicht doch eine
Stellung der Steine dies Ziel erreicht?

Ms-125 Muß man hier nicht zwischen (dem) Denken & dem
48v[2] praktischen Erfolg des Denkens unterscheiden?

Ms-125 **32** "... die nicht, wie wir, gewisse Wahrheiten unmittelbar
48v[3] & einsehen, sondern vielleicht auf den langwierigen Weg der
49r[1] Induktion angewiesen sind", so sagt Frege. Aber was mich
interessiert ist das unmittelbare Einsehen, ob es nun das einer
Wahrheit ist, oder einer Falschheit. Ich frage: was ist das
charakteristische Benehmen von Menschen, die etwas
'unmittelbar einsehen' – was immer der praktische Erfolg
dieses Einsehens ist?

Ms-125 Mich interessiert nicht das unmittelbare Einsehen einer
49v[1] Wahrheit, sondern das Phänomen des unmittelbaren
Einsehens. Nicht (zwar) als einer besondern seelischen
Erscheinung sondern als einer Erscheinung im Handeln der
Menschen.

Ms-125 **33** Ja; es ist, als ob die Begriffsbildung unsre Erfahrung in
49v[2] & bestimmte Kanäle leitete so daß man nun die eine Erfahrung
50r[1] mit der andern auf neue Weise zusammensieht. (Wie ein
optisches Instrument Licht von verschiedenen Quellen auf
bestimmte Art in einem Bild zusammenkommen läßt.)

- Ms-125 Denke Dir, der Beweis wäre eine Dichtung ja ein Theaterstück.
50r[2] Kann mich das Ansehen eines solchen zu nichts bringen?
- Ms-125 Ich wußte nicht wie es gehen werde, – aber ich sah ein Bild, &
50r[3] & nun wurde ich überzeugt, daß es so gehen werde, wie im Bilde.
50v[1] Das Bild verhalf mir zur Vorhersage. Nicht als ein Experiment –
– es war nur der Geburtshelfer der Vorhersage.
- Ms-125 Denn, was immer meine Erfahrungen sind, oder waren, ich
50v[3] & muß doch noch die Vorhersage *machen*. (Die Erfahrungen
50r[1] machen sie nicht für mich.)
- Ms-125 Dann ist es ja kein so großes Wunder, daß der Beweis uns zur
51v[1] Vorhersage hilft. Ohne dieses Bild hätte ich nicht sagen können,
wie es werden wird, aber wenn ich es sehe so ergreife ich es zur
Vorhersage.
- Ms-125 Welche Farbe eine chemische Verbindung haben wird kann ich
51v[2] & nicht mit Hilfe eines Bildes vorhersagen, das mir die
52r[1] & Substanzen in der Proberöhre & ihre Reaktion veranschaulicht.
52v[1] Zeigt das Bild ein Aufschäumen & am Ende rote Kristalle, so
könnte ich nicht sagen: “Ja, *so* muß es sein”, oder “Nein, so
kann es nicht sein”. Anders aber ist es wenn ich das Bild eines
Mechanismus in Bewegung setze; dieses kann mich lehren wie
ein Teil sich wirklich bewegen wird. Stellte aber das Bild einen
Mechanismus dar dessen Teile aus einem sehr weichen
Material (etwa Teig) bestünde & sich daher im *Bild* auf
verschiedenste Art verbögen, so würde mir das Bild vielleicht
wieder nicht zu einer Vorhersage verhelfen.

- Ms-125 Kann man sagen: ein Begriff wird so gebildet daß er einer
52v[2] & gewissen Vorhersage angepaßt ist, d.h., sie in den einfachsten
53r[1] Termini ermöglicht –?
- Ms-125 **34** Das philosophische Problem ist: wie können wir die
53r[2] Wahrheit sagen, & dabei diese starken Vorurteile *beruhigen*?
- Ms-125 Es ist ein Unterschied: ob ich etwas als eine Täuschung meiner
53r[3] & Sinne oder als ein äußeres Ereignis deute, ob ich diesen
53v[1] Gegenstand zum Maß jenes nehme, oder umgekehrt, ob ich
mich entschieße, zwei Kriterien entscheiden zu lassen, oder
nur eins.
- Ms-125 **35** Wenn richtig gerechnet wurde, so muß das
53v[2] herauskommen. Muß es dann immer *so* herauskommen?
Natürlich.
- Ms-125 Indem wir zu einer Technik erzogen sind, sind wir auch zu
53v[3] einer Betrachtungsweise abgerichtet, die *ebenso fest* sitzt als jene
Technik.
- Ms-125 Der math. Satz scheint weder von den Zeichen, noch von den
54r[1] Menschen zu handeln, & er *tut* es daher auch nicht.
- Ms-125 Er zeigt *die* Verbindungen die wir als starr betrachten. Wir
54r[2] schauen aber sozusagen, von diesen Verbindungen weg & auf
etwas anderes. Wir drehen ihnen sozusagen den Rücken. Oder:
wir lehnen uns an sie oder fußen auf ihnen.
- Ms-125 Nochmals: wir sehen den math. Satz nicht als einen Satz, der
54r[3] & von Zeichen handelt an, & er *ist* es daher auch nicht.
54v[1]

- Ms-125 Wir erkennen ihn an, *indem* wir ihn den Rücken drehen.
54v[2]
- Ms-125 Wie ist es, z.B., mit den Grundgesetzen der Mechanik? Wer sie
54v[3] versteht, muß wissen, auf welche Erfahrungen sie sich stützen.
Anders verhält es sich mit den Sätzen der reinen Mathematik.
- Ms-125 **36** Ein Satz kann ein Bild beschreiben & dieses Bild
54v[4] & mannigfach in unserer Betrachtungsweise der Dinge, also in
55r[1] unserer Lebens- & Handlungsweise verankert sein.
- Ms-125 Ist nicht der Beweis ein flimsy Grund die Suche nach einer
55r[3] & Konstruktion der Dreiteilung ganz aufzugeben? Du bist nur ein
55v[1] oder zweimal diese Zeichenreihe durchgegangen & daraufhin
willst Du Dich entschließen? Nur weil Du diese eine
Transformation gesehen hast willst Du die Suche aufgeben?
- Ms-125 Der Effekt des Beweises sei, daß sich in die neue Regel
55v[2] hineinstürzt.
- Ms-125 Er hatte bisher nach der & der Regel gerechnet; nun zeigt ihm
56r[1] & Einer den Beweis, man könne auch anders rechnen, & er
56v[1] schaltet nun (auf die andre Technik) um – nicht weil er sich
sagt, es werde so auch gehen, sondern weil er die neue Technik
mit der alten als identisch empfindet, weil er ihr denselben
Sinn geben muß weil er sie als gleich anerkennt wie er diese
Farbe als grün anerkennt. D.h.: das Einsehen der math.
Relationen spielt eine ähnliche Rolle wie das Einsehen der
Identität. Man könnte beinahe sagen, es ist eine kompliziertere
Art der Identität.

- Ms-125 57r[2] Man könnte sagen: Die Gründe warum er nun auf eine andere Technik umschaltet, sind von gleicher Art wie die, die ihn eine neue Multiplikation so ausführen lassen, wie er sie ausführt; indem er die Technik als die *gleiche* anerkennt, wie die, die er bei andern Multiplikationen angewandt hatte.
- Ms-125 57v[2] & 58r[1] **37** 18.05.1942
Ein Mensch ist in einem Zimmer *gefangen*, wenn die Türe unversperrt ist, sich nach innen öffnet; er aber nicht auf die Idee kommt zu *ziehen*, statt gegen sie zu drücken.
- Ms-125 58r[3] & 58v[1] **38** Wenn Weiß zu Schwarz wird, sagen manche Menschen "Es ist im wesentlichen noch immer dasselbe". Und andere, wenn die Farbe um einen Grad dunkler wird, sagen "Es hat sich *ganz* verändert".
- Ms-125 59v[2] & 60r[1] **39** Die Sätze " $a = a$ ", " $p \supset p$ ", "Das Wort 'Bismarck' hat 8 Buchstaben", "Es gibt kein rötlichgrün", sind alle einleuchtend & Sätze über das Wesen: was haben sie gemeinsam? Sie sind offenbar jeder von anderer Art & anderem Gebrauch. Der vorletzte ist einem Erfahrungssatz am ähnlichsten. Und es ist verständlich daß man ihn einen synthetischen Satz a priori nennen kann. Man kann sagen: wenn einer die Zahlenreihe mit der Buchstabenreihe nicht *zusammenhält*, kann er nicht wissen, wieviel Buchstaben das Wort hat.
- Ms-125 60v[2] **40** 15.09.1942
Eine Figur aus der andern nach einer Regel abgeleitet. (Etwa die Umkehrung vom Thema.)

- Ms-125 Dann das Resultat als Äquivalent der Operation gesetzt.
60v[3]
- Ms-125 **41** Wenn ich schrieb “der Beweis muß übersichtlich sein” so
60v[4] hieß das: *Kausalität* spielt im Beweis keine Rolle. Oder auch: der Beweis muß sich durch bloßes Kopieren reproduzieren lassen.
- Ms-125 **42** Daß bei der Fortsetzung der Division von $1 \div 3$ immer
61r[1] wieder 3 herauskommen muß wird ebenso wenig durch Intuition erkannt, wie, daß die Multiplikation 25×25 wenn man sie wiederholt immer wieder dasselbe Produkt liefert.
- Ms-125 **43** Man könnte vielleicht sagen daß der synthetische
61r[2] & Charakter der Sätze der Math. sich am klarsten in der unregelmäßigen Verteilung der Primzahlen zeigt.
61v[1]
- Ms-125 Aber weil sie synthetisch sind (in diesem Sinne), sind sie drum
61v[2] & nicht weniger a priori. Man könnte sagen, will ich sagen, daß
62r[1] sie nicht aus den Begriffen durch einen Vorgang der Analyse abgeleitet werden können dennoch aber einen Begriff nach der Hand bestimmen.
- Ms-127 Die Verteilung der Primzahlen wäre ein ideales Beispiel für das
13[2] was man synthetisch a priori nennen könnte, denn man kann sagen, daß sie jedenfalls durch eine Analyse des Begriffs der Primzahl nicht zu finden ist.

Ms-125 62v[1] & 63r[1] & 63v[1] **44** Könnte man nicht wirklich von Intuition in der Math. reden? Nicht so aber, daß eine *mathem.* Wahrheit intuitiv erfaßt würde wohl aber eine physikalische, oder psychologische. So weiß ich mit *großer* Sicherheit, daß ich jedesmal 625 errechnen werde, wenn ich zehnmal 25 mit 25 multipliziere. D.h. ich weiß die psychologische Tatsache, daß mir immer wieder diese Rechnung als richtig erscheinen wird; so wie ich weiß, wenn ich die Zahlenreihe von 1 bis 20 zehnmal nacheinander aus dem Gedächtnis aufschreibe, die Aufschreibungen sich beim Kollationieren als gleich erweisen werden. – Ist das nun eine Erfahrungstatsache? Freilich – und doch wäre es schwer Experimente anzugeben die mich von ihr überzeugen würden. Man könnte so etwas eine intuitiv erkannte **Erfahrungstatsache** nennen.

Ms-125 63v[3] **45** Du willst sagen, daß jeder Beweis in einer oder der anderen Weise den Begriff des Beweises ändert.

Ms-125 63v[4] Aber nach welchem Prinzip wird denn etwas als neuer Beweis anerkannt? Oder vielmehr gibt es da gewiß kein 'Prinzip'.

Ms-125 65r[2] & 65v[1] **46** Soll ich nun sagen: "wir sind überzeugt, daß immer wieder dasselbe Resultat herauskommen wird"? Nein, das ist nicht genug. Wir sind überzeugt, daß immer dieselbe Rechnung herauskommen, gerechnet werden, wird. Ist *das* nun eine mathematische Überzeugung? Nein – denn würde nicht immer dasselbe gerechnet so könnten wir nicht folgern, daß die Rechnung einmal ein Resultat das andre mal, ein anderes ergiebt.

- Ms-125 Wir sind *freilich* auch überzeugt, daß wir beim wiederholten
65v[2] Rechnen das Bild der Rechnung reproduzieren werden. –
- Ms-125 **47** Könnte ich nicht sagen: wer die Multiplikation macht
69r[2] & findet jedenfalls nicht das math. Faktum, aber den math. Satz?
69v[1] Denn, was er *findet* ist das nicht-math. Faktum, & so den math.
Satz. Denn der math. Satz ist eine Begriffsbestimmung die auf
eine Entdeckung folgt.
- Ms-125 Du *findest* eine neue Physiognomie. Du kannst Dir sie z.B. jetzt
69v[2] *merken* oder sie kopieren.
- Ms-125 Es ist eine *neue* Form gefunden, konstruiert worden. Aber sie
69v[3] & wird dazu benützt mit der alten einen neuen Begriff zu geben:
70r[1] Man ändert den Begriff so, daß das hat herauskommen *müssen*.
- Ms-125 Ich finde nicht das Resultat; sondern ich finde, daß ich dahin
70r[3] & gelange.
70v[1] Und nicht das ist eine Erfahrungstatsache, daß *dieser* Weg da
Ms-125 anfängt & da endet; sondern, daß ich diesen Weg, oder einen
70v[2] Weg zu diesem Ende, gegangen bin.
- Ms-125 **48** Aber könnte man nicht sagen, daß die *Regeln* diesen Weg
70v[3] führen, auch wenn niemand ihn gienge?
- Ms-125 Denn das ist es ja, was man sagen möchte – und hier ist die
71r[1] & Vorstellung von einem math. Mechanismus, einem, der nicht
71v[1] den Gesetzen der Physik, sondern nur denen der Math.
gehört.

- Ms-125 Ich will sagen: das Arbeiten der math. Maschine ist nur das
71v[2] & *Bild* des Arbeitens einer Maschine.
- 72r[1]
Ms-125 Die Regel *arbeitet* nicht, denn, was immer der Regel nach
72r[2] geschieht, ist eine Interpretation der Regel.
- Ms-125 **49** Nehmen wir an, ich habe die Stadien der Bewegung von
72r[3] & im Bilde vor mir, so verhilft mir das zu einem Satz, den ich von
72v[1] diesem Bild gleichsam ablese. Der Satz enthält das Wort
"ungefähr" & ist ein Satz der Geometrie.
- Ms-125 Es ist seltsam, daß ich einen Satz von einem *Bild* soll ablesen
72v[2] können.
- Ms-125 Der Satz aber handelt nicht von dem Bild das ich sehe. Er sagt
72v[3] nicht, daß auf diesem Bild das & das zu sehen ist. Er sagt aber
auch nicht, was der wirkliche Mechanismus tun wird, obwohl
er dies andeutet.
- Ms-125 Aber könnte ich von der Bewegung des Mechanismus wenn
73r[1] ihre Teile sich nicht ändern, auch andere Zeichnungen
anfertigen? D.h., bin ich nicht *gezwungen* eben dies als Bild der
Bewegung, *unter diesen Bedingungen*, anzunehmen.
- Ms-125 Denken wir uns die Konstruktion der Stadien des
73r[2] & Mechanismus mit Strichen von wechselnder Farbe ausgeführt.
73v[1] Die Striche seien zum Teil schwarz auf weißem Grund, zum
Teil weiß auf schwarzem Grund. Denke Dir die Konstruktionen
im Euklid so ausgeführt; sie werden allen Augenschein
verlieren.

Ms-125 **50** Das umgekehrte Wort hat ein *neues* Gesicht.

73v[2]

Ms-126

12[2]

Wie, wenn man sagte: Wer die Folge 1 2 3 umgekehrt hat, *lernt* über sie, daß sie umgekehrt 3 2 1 ergibt? Und zwar ist, was er lernt, nicht eine Eigenschaft dieser Tintenstriche, sondern der Folge von *Formen*. Er lernt eine *formale* Eigenschaft von Formen. Der Satz, welcher diese formale Eigenschaft aussagt, wird durch die Erfahrung bewiesen, die ihm die Entstehung der einen Form, in dieser Weise, aus der andern zeigt.

Ms-126

13[1]

Hat nun, wer das lernt, *zwei* Eindrücke? Einen davon daß die Reihenfolge *umgekehrt* wird, den andern davon daß 3 2 1 entsteht? Und könnte er die Erfahrung, den Eindruck, daß 1 2 3 umgekehrt wird nicht haben und doch nicht den daß 3 2 1 entsteht? Vielleicht wird man sagen: "nur durch eine seltsame Täuschung". –

Ms-126

13[2] &

14[1]

Warum man eigentlich nicht sagen kann, daß man jenen formalen Satz aus der Erfahrung lernt – weil man es erst dann diese Erfahrung nennt, wenn dieser Prozeß zu diesem Resultat führt. Die Erfahrung, die man meint, besteht schon aus diesem Prozeß mit diesem Resultat.

Ms-126

14[2]

Darum ist sie mehr wie die Erfahrung: ein Bild zu sehen.

- Ms-126 Kann eine Buchstabenreihe zwei Umkehrungen haben? Etwa
 14[3] & eine akustische & eine andere optische Umkehrung.
 15[1] & Angenommen ich erkläre jemandem was die Umkehrung eines
 16[1] Wortes auf dem Papier ist, was man so nennt. Und nun stellt
 sich heraus daß er eine akustische Umkehrung des Wortes hat,
 d.h., etwas was er so nennen möchte was aber nicht ganz mit
 der geschriebenen Buchstabenreihe übereinstimmt. So daß man
 sagen kann: er hört *das* als Umkehrung des Wortes. Gleichsam
 als verzerrte sich ihm das Wort beim Umkehren. Und dies
 könnte etwa eintreten wenn er das Wort & die Umkehrung
 fließend ausspricht im Gegensatz zu dem Fall wenn er es
 buchstabiert. Oder die Umkehrung könnte anders scheinen,
 wenn er das Wort in *einem* Zuge vor- & rückwärts spricht.
- Ms-126 Es wäre möglich, daß man das genaue Spiegelbild eines Profils
 16[2] sogleich nach diesem gesehen nie für das gleiche & nur in die
 andere Richtung gedrehte erklärte, sondern daß, um den
 Eindruck der genauen Umkehrung zu machen, das Profil in
 den Maßen etwas geändert werden müßte.
- Ms-126 Ich will doch sagen, man könne nicht sagen: wir mögen zwar
 17[1] über die korrekte Umkehrung, eines langen Wortes z.B., im
 Zweifel sein, aber wir *wissen*, daß das Wort nur *eine*
 Umkehrung hat.
- Ms-126 'Ja, aber wenn es eine Umkehrung in *diesem* Sinne sein soll,
 17[2] dann kann es nur *eine* geben!' Heißt hier 'in diesem Sinne':
 nach diesen Regeln, oder: mit dieser Physiognomie. Im ersten
 Falle wäre der Satz tautologisch, im zweiten muß er nicht wahr
 sein.

Ms-125 51 Denk Dir eine Maschine, die 'so konstruiert ist', daß sie
75r[2] eine Buchstabenreihe umkehrt. Und nun den Satz, daß das
Resultat im Falle

ABER

REBA ist. –

Ms-125 Die Regel, wie sie wirklich gemeint ist, scheint eine treibende
76r[2] & Kraft zu sein, die eine ideale Reihe *so* umkehrt, – was immer
76v[1] ein Mensch mit einer wirklichen Reihe tun mag. Dieser ist also
der Mechanismus, der für den wirklichen als Maßstab, als Ideal
zu gelten hat.

Ms-125 Und das ist verständlich. Denn wird das Resultat der
76v[2] & Umkehrung zum Kriterium dafür daß die Reihe wirklich
77r[1] umgekehrt wurde, & drücken wir dies so aus, daß wir es einer
idealen Maschine nachtun, so muß diese Maschine *unfehlbar*
dies Resultat erzeugen.

Ms-125 52 Kann man nun sagen: daß die Begriffe, die die Math.
77r[2] schafft, eine Bequemlichkeit sind, daß es, wesentlich auch, ohne
sie ginge?

Ms-125 Zuvörderst drückt die Annahme dieser Begriffe die *sichere*
77r[3] Erwartung gewisser Erfahrungen aus.

Ms-125 Wir *nehmen es z.B. nicht hin*, daß eine Multiplikation nicht
77v[1] jedesmal das gleiche Resultat ergibt.

Ms-125 Und was wir mit Sicherheit erwarten, ist für unser ganzes
77v[2] Leben wesentlich.

Ms-125 77v[3] & 78r[1] **53** Warum soll ich aber dann nicht sagen, daß die math. Sätze eben jene bestimmten Erwartungen, d.h. also Erfahrungen ausdrücken? Nur weil sie es eben nicht tun. Die Annahme eines Begriffes ist eine Maßregel die ich vielleicht nicht ergreifen würde, wenn ich nicht das Eintreten gewisser Tatsachen mit Bestimmtheit erwartete; aber darum ist die Festsetzung dieses Maßes nicht äquivalent mit dem Aussprechen der Erwartungen.

Ms-125 78r[2] & 78v[1] & 79r[1] **54** Es ist schwer den Tatsachenkörper auf die richtige Fläche zu stellen: das Gegebene als gegeben zu betrachten. Es ist schwer den Körper anders aufzustellen als man gewohnt ist, ihn zu sehen. Ein Tisch in einer Rumpelkammer mag immer auf der Tischplatte liegen, aus Gründen der Raumersparnis, etwa So habe ich den Tatsachenkörper immer *so* aufgestellt gesehen, aus mancherlei Gründen; & nun soll ich etwas anderes als seinen Anfang & etwas anderes als sein Ende ansehen. Das ist schwer. Er will gleichsam nicht *so* stehen, es sei denn daß man ihn in dieser Lage durch andere Vorrichtungen unterstützt.

Ms-127 81[3] **55** Es ist *eines* eine mathem. Technik zu gebrauchen, die darin besteht, den Widerspruch zu vermeiden, & ein anderes gegen den Widerspruch in der Mathematik überhaupt zu philosophieren.

Ms-127 83[2] **56** Der Widerspruch. Warum grad dieses *eine* Gespenst? Das ist doch sehr verdächtig.

- Ms-127 83[3] Warum sollte eine Rechnung zu einem praktischen Zweck angestellt die einen Widerspruch ergibt mir nicht sagen: "Tu wie Dir's beliebt, ich die Rechnung entscheide darüber nicht."?
- Ms-127 83[4] Der Widerspruch könnte als Wink der Götter aufgefaßt werden, daß ich handeln soll & *nicht* überlegen.
- Ms-127 80[3] & 81[1] **57** 04.03.1944
 "Warum soll es in der Mathematik keinen Widerspruch geben dürfen?" – Nun, warum darf es in unsern einfachen Sprachspielen keinen geben? (Da besteht doch gewiß ein Zusammenhang.) Ist das also ein Grundgesetz, das alle denkbaren Sprachspiele beherrscht?
- Ms-127 81[2] Angenommen ein Widerspruch in einem Befehl z.B. bewirkt Staunen & Unentschlossenheit – & nun sagen wir: das eben ist der Zweck des Widerspruchs in diesem Sprachspiel.
- Ms-127 88[2] & 89[1] **58** Einer kommt zu Leuten & sagt: "Ich lüge immer". Sie antworten: "Nun, dann können wir dir trauen!". – Aber konnte *er* meinen, was er sagte? Und warum nicht? Gibt es nicht ein Gefühl, man sei unfähig etwas wirklich Wahres zu sagen; sei es was immer. –
- Ms-127 89[2] "Ich lüge immer!" – Nun, & wie war's mit diesem Satz? – "Der war auch gelogen!" – Aber dann lügst du also nicht immer! – "Doch, alles ist gelogen!" Wir würden vielleicht von diesem Menschen sagen, er meint mit "wahr" & mit "lügen" nicht dasselbe was wir meinen. Er meine etwa, alles, was er sage, flimmere; oder nichts komme wirklich vom Herzen.

- Ms-127 89[3] & 90[1] Man könnte auch sagen: sein "ich lüge immer" war eigentlich keine *Behauptung*. Eher war es ein Ausruf.
- Ms-127 90[2] Man kann also sagen: "Wenn er jenen Satz nicht ohne Gedanken aussprach, – so mußte er die Worte so & so meinen, er *konnte* sie nicht auf die gewöhnliche Weise meinen"? aussprechen"?
- Ms-125 67r[2] & 67v[1] **59** Warum sollte man den Russellschen Widerspruch nicht als etwas Überpropositionales auffassen, etwas das über den Sätzen thront & nach beiden Seiten (wie ein Januskopf) schaut. N.B.: der Satz $F(F)$ – in welchem $F(\xi) = \sim \xi(\xi)$ – enthält keine Variablen & könnte also als etwas Überlogisches, als etwas Unangreifbares, dessen Verneinung nur wieder es selber aussagt, gelten. Ja könnte man nicht sogar die Logik mit diesem Widerspruch anfangen? Und von ihm gleichsam zu den Sätzen niedersteigen.
- Ms-125 68r[1] Der sich selbst widersprechende Satz stünde wie ein Denkmal (mit einem Januskopf) über den Sätzen der Logik.
- Ms-121 74v[2] & 75r[1] **60** Nicht das ist ein Unglück, einen Widerspruch zu erzeugen in der Region, in der weder der widerspruchsfreie noch der widerspruchsvolle Satz eine Arbeit zu leisten hat; wohl aber das, nicht zu wissen, wo man in diese Region eingetreten ist wo der Widerspruch nicht mehr schadet.